

文章编号: 1000-7598 (2009) 03-0675-06

高斯过程机器学习在边坡稳定性评价中的应用

苏国韶^{1,2}, 宋咏春³, 燕柳斌²

(1.中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 武汉 430071;
2.广西大学 土木建筑工程学院, 南宁 530004; 3.广西大学 机械工程学院, 南宁 530004)

摘 要: 针对边坡工程是复杂的非线性系统, 采用常规的理论分析和数值计算方法难以满足对边坡稳定性评价的高精度与快速性的要求, 为此, 提出对处理非线性复杂问题具有很好的适应性一种有概率意义的核学习机——高斯过程机器学习方法来解决边坡稳定性的合理评价问题, 建立了相应的边坡稳定性预测模型。工程应用研究结果表明, 采用高斯过程机器学习方法进行边坡稳定性评价是科学可行的, 该方法能很好地表达边坡稳定性与各影响因素之间的非线性映射关系, 能方便快捷地给出合理可靠且具有概率意义的边坡稳定状态评价结果, 为实现边坡快速设计的工程实践要求提供了一条新的途径。

关 键 词: 岩土力学; 边坡稳定; 高斯过程; 机器学习

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Application of Gaussian process machine learning to slope stability evaluation

SU Guo-shao^{1,2}, SONG Yong-chun³, YAN Liu-bin²

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. College of Architecture and Civil Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China; 3. College of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: The results with high precision are hard to achieve rapidly by means of conventional method such as theoretical analysis and numerical calculation; slope engineering is a highly complicated nonlinear system. A new prediction method based on Gaussian process (GP), as a probabilistic kernel learning machine and a powerful tool for solving highly nonlinear problems, is proposed for slope stability evaluation. The GP model for slope stability evaluation is established and applied to the practical engineering. The results show that the method can find the nonlinear mapping relationship between classifications of slope stability and influencing factors easily. Furthermore, the reasonable, reliable and probabilistic results of slope stability evaluation can be obtained quickly by using the method. In conclusion, the method is feasible, effective and simple to implement slope stability evaluation and to provide a new way for fast design of slope engineering.

Key words: rock and soil mechanics; slope stability; Gaussian process; machine learning

1 引 言

随着我国西部开发的战略实施, 大批大型水利水电工程和交通工程相继兴建, 涌现出了大量需要解决的边坡工程问题。边坡工程是包含众多随机性、复杂性和不确定性因素的复杂非线性动态开放系统, 其稳定性受到具有随机性、模糊性、可变性等不确定性特点的地质因素和工程因素的综合影响, 边坡稳定性与影响因素之间具有高度的非线性关系, 边坡稳定性评价结果的正确与否直接关系到边坡工程的成败, 对边坡稳定性做出准确有效地预测

预报是岩土工程亟待解决的关键课题之一。边坡稳定性分析的传统方法主要有力学理论解析方法和数值分析方法两大类, 但这些传统的方法都遇到了“机制不清楚”、“参数给不准”和“模型给不准”等瓶颈问题, 对复杂边坡的稳定性做出准确预测预报尚存在一定的困难。此外, 传统的方法计算量大, 计算过程冗长、繁琐, 难以满足边坡的快速设计要求, 尤其难以满足大型水利水电工程或交通工程中所涉及的大量边坡在初步设计阶段需要快速稳定性评价和快速设计的工程实践要求。因此, 另辟蹊径的软科学方法就在这种背景下应运而生, 并在工程

收稿日期: 2007-07-02

基金项目: 中国科学院岩土力学重点实验室开放研究基金资助项目 (No. Z110601); 国家自然科学基金资助项目 (No. 50809017)。

第一作者简介: 苏国韶, 男, 1973 年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程与水利水电工程方面的研究与教学工作。

应用中展示了可喜的前景,如模糊分级评判、专家系统、灰色系统理论分析、聚类分析、案例推理、机器学习等软科学方法在边坡稳定性评价上得到了不同程度的应用^[1-3]。其中,以神经网络和支持向量机(SVM)为代表的机器学习方法相继被一些学者引入到边坡稳定性评价中来,取得了良好的研究成果^[4-8],为边坡稳定性分析及预测提供了新的途径,但由于问题的复杂性,这些方法本身还存在着一些不完善之处。如神经网络是基于大样本的一种机器学习方法,它的优化目标是基于经验风险最小化,这只能保证学习样本点的估计误差最小,其推广能力有一定的局限性;而 SVM 方法本身也存在着一些公开的问题^[9],如核函数、核函数的参数、损失函数的合理选取问题以及估计输出不具有概率意义等。因此,有必要进一步开展边坡稳定性评价的新方法研究。

高斯过程(Gaussian Process, GP)是近几年发展起来的一种新的机器学习技术,它有着严格的统计学习理论基础,对处理高维数、小样本、非线性等复杂的问题具有很好的适应性,是目前国际上机器学习研究的热点领域^[10-13]。在不牺牲性能的前提下,与人工神经网络和支持向量机相比,高斯过程具有容易实现的优点;它的另外一个优点就是灵活的非参数推断,高斯过程的算法参数均可在模型构建过程中自适应地获得;此外,高斯过程是一个具有概率意义的核学习机,可对预测输出做出概率解释,建模者能通过置信区间来对模型预测输出的不确定性进行评价^[13]。

为解决边坡稳定性的合理预测问题,本文在介绍高斯过程分类(Gaussian Process Classification, GPC)的基本原理之后,提出一种基于 GPC 机器学习的边坡稳定性预测模型,并对实际边坡的稳定性进行预测,为实现快速、经济、安全的边坡工程设计提供一种新的途径。

2 高斯过程分类的基本原理

在统计学理论中,高斯过程是这样的一个随机过程:其任意有限变量集合的分布都是高斯分布,即对任意整数 $n \geq 1$ 及任意的一族随机变量 X ,与其对应的 t 时刻的过程状态 $f(X)$ 的联合概率分布服从 n 维高斯分布。高斯过程的全部统计特征完全由它的均值和协方差函数来确定。在机器学习领域,高斯过程则是指构建在高斯随机过程与贝叶斯学习理论基础上的机器学习方法。

GPC 模型是基于高斯过程机器学习的一种分

类模型。受篇幅限制,本文仅对 GPC 基本原理做一简单介绍,具体原理见文献[14]。

对于二分类问题,在 GPC 模型中,观察数据集为 $D = \{(x_i, y_i) | i = 1, \dots, m\}$, 其中 x 为输入矢量, y 为输出值,作为二分类标志 $y \in \{-1, 1\}$ 。GPC 模型的目标是预测与新测试输入 x_* 所对应的类别 y_* 。对于确定的 x , $p(y|x)$ 分布为伯努利分布, $y=1$ 的概率为 $p(y=1|x) = \Phi(f(x))$, 其中 $f(x)$ 称为潜在函数, $\Phi(\cdot)$ 为标准高斯分布的累计概率密度函数,一般可取为 sigmoid 函数: $\Phi(z) = 1/(1 + e^{-z})$, sigmoid 函数的作用是将区间约束的 $f(x)$ 转换为 $[0, 1]$ 区间的函数值,从而保证概率值落在 $[0, 1]$ 区间。为行文方便,设 $f_i = f(x_i)$, $f = [f_1, \dots, f_m]^T$, $y = [y_1, \dots, y_m]^T$, $X = [x_1, \dots, x_m]^T$ 。

对于给定的潜在函数,观察值是独立的伯努利分布变量,其似然函数为

$$p(y|f) = \prod_{i=1}^m p(y_i | f_i) = \prod_{i=1}^m \Phi(y_i f_i) \quad (1)$$

潜在函数的先验分布为

$$p(f|X, \theta) = N(0, K) \quad (2)$$

式中: K 为 $m \times m$ 阶协方差矩阵; $K_{ij} = k(x_i, x_j, \theta)$, $k()$ 表示与 θ 有关的正定协方差函数; θ 称为超参数。

GPC 模型的协方差函数需要满足:对任一点集都能够保证产生一个非负正定协方差矩阵。常用的协方差函数为 Squared Exponential 函数:

$$k_y(x_p, x_q) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{1}{2l^2}(x_p - x_q)^2\right) \quad (3)$$

其中,超参数 $\theta = \{\sigma_f, l\}$,这与神经网络中的超参数含义类似。可以看出,协方差函数由两部分组成:第一部分用来表示两个数据点的距离相关性:如果它们的距离相对于距离尺度 l 很小,即高相关,指数项就趋于 1;反之,如果它们的距离相对于距离尺度 l 很大,即低相关,指数项就趋于 0。这一点与自动相关测定(Automatic Relevant Determination, ARD)的思想一致。参数 σ_f^2 用来控制局部相关性的程度。

不断获得实际观察值后,根据贝叶斯规则,潜在函数 f 的后验分布为

$$p(f|D, \theta) = \frac{p(y|f)p(f|X, \theta)}{p(D|\theta)} = \frac{N(0, K)}{p(D|\theta)} \prod_{i=1}^m \Phi(y_i f_i) \quad (4)$$

注意上式中潜在函数 f 的后验分布为非高斯分布，该式无解析解。

以上为 GPC 的学习过程，下面介绍 GPC 的预测过程。

与 x_* 对应的潜在函数值 f_* 的条件概率为

$$p(f_* | D, \theta, x_*) = \int p(f_* | f, X, \theta, x_*) p(f | D, \theta) df \quad (5)$$

y_* 的预测概率为

$$p(y_* | D, \theta, x_*) = \int p(y_* | f_*) p(f_* | D, \theta, x_*) df_* \quad (6)$$

当 y_* 的预测概率值大于 0.5 时， $y_* = 1$ ，否则 $y_* = -1$ ；式 (5) 和式 (6) 都没有解析解，一般采用逼近方法获得近似解。

设潜在函数 f 的后验分布为近似的高斯分布：

$$p(f | D, \theta) \approx q(f | D, \theta) = N(m, A) \quad (7)$$

同样， f_* 的后验分布可设为近似的高斯分布：

$$q(f_* | D, \theta, x_*) = N(\mu_*, \sigma_*^2) \quad (8)$$

其中的均值和方差为

$$\mu_* = k_*^T K^{-1} m \quad (9)$$

$$\sigma_*^2 = k(x_*, x_*) - k_*^T (K^{-1} - K^{-1} A K^{-1}) k_* \quad (10)$$

式 (10) 中， $k_* = [k(x_1, x_*), \dots, k(x_m, x_*)]^T$ ，表示 x_* 与训练输入 X 之间的先验协方差矢量。

通过上述的非高斯分布转换为近似高斯分布的逼近方法处理后， x_* 属于第 1 类的预测概率就可以有如下的解析解：

$$q(y_* = 1 | D, \theta, x_*) = \int \Phi(f_*) N(f_* | \mu_*, \sigma_*^2) df_* = \Phi\left(\frac{\mu_*}{\sqrt{1 + \sigma_*^2}}\right) \quad (11)$$

余下的问题是通过何种逼近方法找到合适的近似后验高斯分布，即找到合适的 m 和 A 。

常用的逼近方法有 Laplace's 算法与 Expectation Propagation (EP) 算法，详见文献[14]。若采用 EP 逼近算法， f 的后验分布的近似分布可表示为

$$p(f | D, \theta) = \frac{p(f | X, \theta)}{q(D | \theta)} \prod_{i=1}^m p(y_i | f_i) \approx \frac{p(f | X, \theta)}{q(D | \theta)} \prod_{i=1}^m t(f_i, \mu_i, \sigma_i^2, Z_i) = \quad (12)$$

$$q(f | D, \theta) = N(m, A) \quad (13)$$

式中： $t(f_i, \mu_i, \sigma_i^2, Z_i) = Z_i N(\mu_i, \sigma_i^2)$

其中： $t()$ 称为 site 函数； μ_i 、 σ_i 、 Z_i 为 site 函数

的参数。式 (12) 中， m 和 A 的计算式如下：

$$m = A \Sigma^{-1} \mu \quad (14)$$

$$A = (K^{-1} + \Sigma^{-1})^{-1} \quad (15)$$

其中： $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_m)$ ， $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2)$ 。在 EP 算法中，通过不断地调整 site 函数的参数，使得式 (12) ~ (15) 成立。

协方差函数中的最优超参数可通过极大似然法来估计，训练样本的对数似然函数见式 (16)，对各超参数求偏导数，采用共轭梯度法可搜索出最优超参数。

$$\ln p(f | D, \theta) \approx \ln q(f | D, \theta) =$$

$$\ln \int q(f | X, \theta) \prod_{i=1}^m t(f_i) df =$$

$$\sum_{i=1}^n \ln Z_i - \frac{1}{2} \ln |K + \Sigma| - \frac{1}{2} \mu^T (K + \Sigma)^{-1} \mu - \frac{m}{2} \ln(2\pi) \quad (16)$$

3 边坡稳定性估计的高斯过程模型

3.1 边坡稳定性影响因素的确定

边坡的稳定性受多种因素的影响，根据工程经验，影响边坡稳定的因素主要有岩石重度、黏聚力、内摩擦角、边坡角、边坡高度、孔隙水压力比，岩体结构类型、节理，节理面与边坡角的关系，地下水等。受收集资料的不完整性限制，本文考虑的影响因素主要是岩石重度、黏聚力、内摩擦系数、边坡角、边坡高度和孔隙压力比等。

3.2 边坡稳定性估计模型的建立步骤

(1) 收集边坡实例作为训练样本，假设有边坡稳定性实例 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, k)$ ， $x_i \in R^n$ 为影响边坡稳定性因素的 n 维矢量，分别代表岩石重度 γ 、黏聚力 C 、内摩擦系数 φ 、边坡角 φ_r 、边坡高度 H 和孔隙压力比 r_u ； y_i 为边坡稳定性指标，即边坡状态， $y_i = -1$ 代表边坡破坏， $y_i = 1$ 代表边坡稳定。 R^n 为影响边坡稳定性的因素集，训练样本集的构成示例可参见表 1。

(2) 当影响边坡稳定的各控制因素间的数量级相差较大或同一控制因素的离散性较大时，将不利于 GPC 的学习，需要对参与学习的样本数据和预测样本数据进行标准化处理：

$$p_i = x_i / s \quad (17)$$

$$\text{其中，} s = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (18)$$

式中： x_i 为第 i 个指标； p_i 为标准化后的值。

表 1 高斯过程的训练样本
Table 1 Training samples for GP

编号	γ /(kN/m ³)	c /kPa	φ /(°)	φ_r /(°)	H /m	r_u	状态
1	12	0	30	35	8	0.31	-1
2	23.47	0	32	37	214	0.31	-1
3	16	70	20	40	115	0.31	-1
4	20.41	24.91	13	22	10.67	0.35	1
5	19.63	11.97	20	22	12.19	0.41	-1
6	21.82	8.62	32	28	12.8	0.49	-1
7	20.41	33.52	11	16	45.72	0.2	-1
8	18.84	15.32	30	25	10.67	0.38	1
9	18.84	0	20	20	7.62	0.45	-1
10	25	120	45	53	120	0.31	1
11	25	55	36	45	239	0.25	1
12	25	63	32	44.5	239	0.25	1
13	25	63	32	46	300	0.25	1
14	25	48	40	45	330	0.25	1
15	31.3	68.6	37	47.5	262.5	0.25	-1
16	31.3	68.6	37	47	270	0.25	-1
17	31.3	58.8	35.5	47.5	438.5	0.25	-1
18	31.3	58.8	35.5	47.5	502.7	0.25	-1
19	31.3	68	37	47	360.5	0.25	-1
20	31.3	68	37	8	305.5	0.25	-1
21	18.68	26.34	15	35	8.23	0.31	-1
22	16.5	11.49	0	30	3.66	0.31	-1
23	18.84	14.36	25	20	30.5	0.31	1
24	18.84	57.46	20	20	30.5	0.31	1
25	28.44	29.42	35	35	100	0.31	1
26	28.44	39.23	38	35	100	0.31	1
27	20.6	16.28	26.5	30	40	0.31	-1
28	14.8	0.0	17	20	50	0.31	-1
29	14	11.97	26	30	88	0.31	-1
30	21.43	0.0	20	20	61	0.5	-1
31	19.06	11.71	28	35	21	0.11	-1
32	18.84	14.36	25	20	30.5	0.45	-1
33	21.51	6.94	30	31	76.81	0.38	-1
34	14	11.97	26	30	88	0.45	-1
35	18	24	30.15	45	20	0.12	-1
36	23	0	20	20	100	0.3	-1
37	22.4	100	45	45	15	0.25	-1
38	22.4	10	35	45	10	0.4	-1
39	20	20	36	45	50	0.5	-1
40	20	0	36	45	50	0.25	-1
41	20	0	36	45	50	0.5	-1
42	22	0	40	33	8	0.35	-1
43	24	0	40	33	8	0.3	-1
44	20	0	24.5	20	8	0.35	1
45	18	5	30	20	8	0.3	1
46	27	40	35	43	420	0.25	-1
47	27	50	40	42	407	0.25	1
48	27	35	35	42	359	0.25	1
49	27	37.5	35	37.8	320	0.25	1
50	12	0	30	45	4.1	0.31	1
51	27.3	14	31	41	110	0.25	1
52	27.3	31.5	29.7	41	135	0.31	1
53	27.3	16.8	28	50	90.5	0.31	1
54	27.3	26	31	50	92	0.31	1
55	27.3	10	39	41	511	0.31	1
56	27.3	10	39	40	470	0.31	1
57	25	46	35	47	443	0.31	1
58	25	46	35	44	435	0.31	1
59	25	46	35	46	432	0.31	1
60	27	32	33	42.4	289	0.25	1
61	26	150	45	30	200	0.31	1
62	18.5	25	0.0	30	6	0.31	-1
63	18.5	12	0.0	30	6	0.31	-1
64	22.4	10	35	30	10	0.31	1
65	21.4	10	30.34	30	20	0.31	1
66	22	20	36	45	50	0.31	-1
67	12	0	30	45	4	0.31	1

注：状态中 1 表示边坡稳定，-1 表示边坡破坏。

(3) 对训练样本进行学习，通过极大化训练样本潜在函数 f 的对数似然函数（式（16）），获得协方差函数的最优超参数；

(4) 根据高斯过程理论和贝叶斯规则对训练样本进行的“归纳推理学习”，即综合先验信息，调整各随机变量的后验分布。根据式（8），采用 EP 算法，获得预测样本潜在函数 f_* 的近似后验高斯分布；

(5) 根据式（11），获得边坡为稳定状态（ $y_* = 1$ ）的预测概率；当边坡稳定预测概率值大于 0.5 时，边坡状态判定为“稳定”；当边坡稳定预测概率值小于 0.5 时，边坡状态判定为“破坏”。

根据上述建模步骤，采用 MATLAB 编制程序。

4 算例研究

从文献[15]中收集了 82 个圆弧型边坡的工程实例，对于边坡稳定性预测模型，随机选取了 67 个样本实例作为学习样本，其中破坏样本 36 个，稳定样本 31 个，随机选取另外 10 个样本实例作为预测样本用于检验模型的预测效果（表 1）。对于文献[15]中部分实例的未知孔隙水压力比，可取其他所有实例的已知孔隙水压力比的平均值 0.31 来代替。

根据已经建立的边坡稳定安全系数的 GPC 预测模型，通过对训练样本的学习，以训练样本的极大似然为目标，设超参数的初始值为（0，0），通过对训练样本的学习，采用共轭梯度优化算法，收敛标准设为最大迭代步数为 200 或迭代步之间的目标值的绝对差值小于 1×10^{-6} 。计算在 Intel Celeron 2.5 GHz 的 PC 机上进行，经过 136 步迭代得到最优超参数值为： $l = 1.01$ ， $\sigma_f = 16.46$ 。计算耗时合计 68 s。

测试样本的 GPC 预测结果见表 2。根据 GPC 基本原理，边坡稳定预测概率高于 0.5 时边坡稳定状态属第 1 类（稳定）；反之，边坡稳定预测概率小于 0.5 时边坡稳定状态属第 2 类（破坏）。从表中可以看出，10 个测试样本的边坡稳定状态的预测结果与实际情况完全吻合，说明该模型具有很强的自学习能力和外推能力，预测精度高。

值得指出的是，由高斯过程机器学习模型所得到的预测结果是边坡稳定性的概率估计值，如表 2 中第 68 号边坡实例的边坡稳定预测概率为 0.43，表示该边坡稳定概率为 43%，相应的破坏概率为 57%；第 70 号边坡实例的边坡稳定预测概率为 0.91，表示该边坡稳定概率为 91%，相应的破坏概率为 9%。在工程实践中，对于边坡稳定预测概率小于 0.5 但

尚未发生破坏的具体边坡，可根据该边坡稳定概率的大小决定加固措施的时机与力度，对于边坡稳定概率较小的边坡应及时加固并加强支护措施。

表2 GPC模型的预测结果与实测值比较

Table 2 Comparison between prediction results of GPC model and measured values

编号	γ /(kN/m ³)	c /kPa	φ /(°)	φ_r /(°)	H /m	r_u	稳定 概率	预测 状态	实际 状态
68	31.3	68	37	49	200.5	0.31	0.43	破坏	破坏
69	20	20	36	45	50	0.31	0.07	破坏	破坏
70	25	46	35	50	284	0.31	0.91	稳定	稳定
71	31.3	68	37	46	366	0.31	0.29	破坏	破坏
72	25	46	36	44.5	299	0.31	0.97	稳定	稳定
73	27.3	10	39	40	480	0.31	0.95	稳定	稳定
74	25	46	35	46	393	0.31	0.98	稳定	稳定
75	25	48	40	49	330	0.31	0.92	稳定	稳定
76	31.3	68.6	37	47	305	0.31	0.32	破坏	破坏
77	31.3	68	37	47	213	0.31	0.44	破坏	破坏

在多种不确定因素的影响下，边坡的稳定性具有一定的随机性，边坡稳定状态的预测值也应具有随机属性。高斯过程模型给出了具有概率意义的边坡稳定性的预测概率，克服了常规方法只能给出的确定性点估计值的局限性，在一定程度上反映了边坡稳定性的不确定性。

此外，笔者还采用具有卓越分类性能的 SVM 机器学习方法对相同样本进行学习与预测，SVM 采用径向基核函数（RBF），其核函数参数与惩罚参数由试算法确定^[7]。如表3所示，SVM 的预测结果与 GPC 完全一致，说明二者分类性能同样优异，但 GPC 的最优超参数在计算过程中是自适应确定的，无需繁琐费时的试算；另外，GPC 的理论构架更为简洁，具有容易实现的优点。

表3 GPC 与 SVM 的预测结果比较

Table 3 Comparison between results of GPC and SVM

编号	预测状态		编号	预测状态	
	GPC	SVM		GP	SVM
68	破坏	破坏	73	稳定	稳定
69	破坏	破坏	74	稳定	稳定
70	稳定	稳定	75	稳定	稳定
71	破坏	破坏	76	破坏	破坏
72	稳定	稳定	77	破坏	破坏

综上分析，边坡稳定性估计的高斯过程机器学习方法是科学可行的。

5 结 论

(1) 边坡稳定性与影响因素之间的关系是高维度的复杂非线性关系，用传统的建模方法很难处理，

工程实例分析表明，高斯过程方法能很好地处理这种关系，能给出准确可靠的预测结果，对边坡的稳定性评价具有良好的适用性。

(2) 高斯过程机器学习模型克服了常规方法只能给出的确定性估计值的局限性，可以给出边坡稳定性的预测概率值，反映了边坡稳定性的不确定性。

(3) 高斯过程机器学习具有严格的统计理论基础、优良的学习和预测性能，且实现容易等优点，对小样本的高度非线性问题的具有良好的适用性。由于岩土工程中存在着不少尚未解决的高度非线性问题，高斯过程机器学习方法在岩土工程中将拥有良好的应用前景。

参 考 文 献

- [1] 夏友元, 李梅. 边坡稳定性评价方法研究及发展趋势[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(7): 1087—1091.
XIA Yuan-you, LI Mei. Evaluation method research of slope stability and its developing trend[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(7): 1087—1091.
- [2] 李彰明. 模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 490—495
LI Zhang-ming. Application of fuzzy analysis in slope stability evaluation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1996, 15(5): 490—495.
- [3] 陈新民, 罗国煜. 基于经验的边坡稳定性灰色系统分析与评价[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 638—641.
CHEN Xin-min, LUO Guo-yu. Grey system and evaluation of stability based on experience[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21(3): 638—641.
- [4] 冯夏庭, 王泳嘉, 卢世宗. 边坡稳定性的神经网络估计[J]. 工程地质学报, 1995, 3(4): 54—61.
FENG Xia-ting, WANG Yong-jia, LU Shi-zong. Neural network estimation of slope stability[J]. *Journal of Engineering Geology*, 1995, 3(4): 54—61.
- [5] 何翔, 李守巨, 刘迎曦, 等. 岩土边坡稳定性预报的人工神经网络方法[J]. 岩土力学, 2002, 21(7): 1087—1091.
HE Xiang, LI Shou-ju, LIU Ying-xi, et al. Analyzing method of rock slope stability based on artificial neural network[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(Supp.): 73—76.

- [6] 赵洪波, 冯夏庭. 支持向量机函数拟合在边坡稳定性估计中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 241—245.
ZHAO Hong-bo, FENG Xia-ting. Application of support vector machines function fitting to slope stability evaluation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(2): 241—245.
- [7] 罗战友, 杨晓军, 龚晓南, 等. 基于支持向量机的的边坡稳定性预测模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(1): 144—148.
LUO Zhan-you, YANG Xiao-jun, GONG Xiao-nan, et al. Support vector machine model in slope stability evaluation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(1): 144—148.
- [8] 赵洪波, 冯夏庭, 李邵军, 等. 福宁高速公路八尺门滑坡变形演化规律预测研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 631—633, 643.
ZHAO Hong-bo, FENG Xia-ting, LI Shao-jun, et al. Forecasting evolution of slope deformation by genetic-support vector machine[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(4): 631—633, 643.
- [9] VAPNIK N. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [10] MACKAY D J C. Introduction to Gaussian processes[R]. UK: Cavendish Laboratory, Cambridge University, 1998.
- [11] WILLIAMS C K I. Prediction with Gaussian processes: from the linear regression to linear prediction and beyond[C]//M. I. Jordan: Learning and Inference in Graphical Models. [S. l.]: Kluwer Academic Press, 1998: 599—621.
- [12] SEEGER M. Gaussian processes for machine learning[J]. **International Journal of Neural System**, 2004, 14(2): 69—106.
- [13] 熊志化, 张继承, 邵惠鹤. 基于高斯过程的软测量建模[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(4): 793—794.
XIONG Zhi-hua, ZHANG Ji-cheng, SHAO Hui-he. GP-based soft sensor modeling[J]. **Journal of system simulation**, 2005, 17(4): 793—794, 800.
- [14] KUSS M, RASMUSSEN C E. Assessing approximate inference for binary Gaussian process classification[J]. **Journal of Machine Learning Research**, 2005, 6: 1679—1704.
- [15] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000.